

Eesti LXIII matemaatikaolümpiaad
TALLINNA KOOLIVOOR
9.detsembril 2015.a. Tallinnas
IX klass

Lahendamiseks on aega 3 tundi.

Iga ülesande õige ja ammendavalt põhjendatud lahendus annab 7 punkti.

Taskuarvutit kasutada ei lubata.

1. Kolm venda, kelle vanused olid erinevad, avasid jõuludeks saadud kommipakid ja otsustasid omavahel kommid jagada nii, et neist vanim saaks kõige rohkem komme ja noorim kõige vähem komme. Kõigepealt jagasid nad omavahel kõik kommid nii, et nende saadud kommide arvud suhtusid nagu $3 : 4 : 5$. Sellise jaotamisega aga ei olnud noorim vend rahul, kuna ta sai liiga vähe komme. Lõpuks neil õnnestus jagada kõik kommid ka nii, et saadud kommide arvud suhtusid nagu $6 : 7 : 8$.

1) Vähemalt mitu kommi pidi olema neis kommipakkides kokku?

2) Mitu kommi saaks lõpuks noorim vend, kui esimese jagamisega võrreldes ta saaks 9 kommi rohkem?

2. Olgu a , b ja c sellised paarikaupa erinevad positiivsed arvud, et

$$a + b + c = 2015 \quad \text{ja} \quad \frac{a - b}{c} = \frac{a - c}{b}.$$

Leia arvu a väärtus.

3. Olgu n neljakohaline naturaalarv, mille tuhandeliste ja kümneliste numbrid on võrdsed. Kui arvus n kustutada sajaliste number, siis saadakse kolmekohaline arv, mis on 13 korda väiksem arvust n . Leia kõik sellised naturaalarvud n .
4. Trapetsi $ABCD$ haara AD pikkus on võrdne aluse CD pikkusega ning on kaks korda lühem aluse AB pikkusest. Leia nurga ACB suurus.
5. Naturaalarvud 1 kuni 16 olid kirjutatud tabeli 4×4 lahtritesse nii, et igasse lahtri oli kirjutatud üks arv, vasakult esimesse veergu kirjutatud arvude summa oli 18, ülemisse ritta kirjutatud arvude summa oli 56 ning ülevalt teise ritta kirjutatud iga arv oli vahetult tema alla kirjutatud arvust kaks korda suurem. Leia alumisse ritta kirjutatud nelja arvu summa kõik võimalikud väärtused.